

УДК 612.2.273

СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ГАЗООБМІНУ В ЛЕГЕНЯХ

А. Г. Місюра

Група прикладних проблем Інституту фізіології ім. О. О. Богомольця АН УРСР, Київ

Нами раніше [5] був наведений математичний опис фізичних явищ, які здійснюються в одному з функціональних елементів системи газообміну — в легенях. Запропоновано систему рівнянь, що кількісно характеризує процеси масопереносу кисню, вуглекислого газу, азоту та водяної пари в їх взаємозв'язку, і має такий вигляд:

- $$1. \frac{z \cdot V_p}{P_A} \frac{d\dot{V}}{dt} + \dot{V} = \frac{1}{\rho} (G_{O_2} + G_{N_2} - G_{CO_2} - G_{H_2O}) + \frac{dV_p}{dt} - \frac{V_p}{T} \frac{dT}{dt}$$
- $$2. \frac{d(\rho_1 \cdot V_p)}{dt} = F_1(\rho \cdot \dot{V}) - G_{O_2}; \quad F_1(\rho \cdot \dot{V}) = \begin{cases} \rho_{10} \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A < 0 \\ \rho_1 \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A > 0 \end{cases};$$
- $$3. \frac{d(\rho_2 \cdot V_p)}{dt} = F_2(\rho \cdot \dot{V}) + C_{CO_2}; \quad F_2(\rho \cdot \dot{V}) = \begin{cases} \rho_{20} \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A < 0 \\ \rho_2 \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A > 0 \end{cases};$$
- $$4. \frac{d(\rho_3 \cdot V_p)}{dt} = F_3(\rho \cdot \dot{V}) - G_{N_2}; \quad F_3(\rho \cdot \dot{V}) = \begin{cases} \rho_{30} \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A < 0 \\ \rho_3 \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A > 0 \end{cases};$$
- $$5. \frac{d(\rho_4 \cdot V_p)}{dt} = F_4(\rho \cdot \dot{V}) + G_{H_2O}; \quad F_4(\rho \cdot \dot{V}) = \begin{cases} \rho_{40} \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A < 0 \\ \rho_4 \cdot \dot{V}, & \text{якщо } dP_A > 0 \end{cases};$$
- $$6. \frac{dT}{dt} = k_1 T_0 \cdot \dot{V} - k_2 \frac{dV_p}{dt};$$
- $$7. G_{O_2} = \beta_1 \cdot V_p (\rho_1 - \rho_{1k});$$
- $$8. G_{CO_2} = \beta_2 \cdot V_p (\rho_{2k} - \rho_2);$$
- $$9. G_{N_2} = \beta_3 \cdot V_p (\rho_3 - \rho_{3k});$$
- $$10. G_{H_2O} = \beta_4 \cdot V_p (k_T \cdot T - P_{AH_2O}),$$

де $\dot{V}$ — об'ємна швидкість повітряного потоку, B — атмосферний тиск, P_A — легеневи тиск, z — загальний опір дихальних шляхів, V_p — об'єм легень, T_0 — температура газів у легенях, ρ — густина газової суміші, ρ_{10} , ρ_1 , ρ_{1k} — густина кисню відповідно у вдихуваному повітрі, в легенях, у крові легеневи капілярів, dP_A — різниця тисків навколишнього середовища і легеневого простору, G_i — кількість газу, що проходить крізь дифузійну поверхню легень за одиницю часу, S — площа дифу-

зійної поверхні легень, T_0 — ρ_{20} , ρ_2 , ρ_{2k} — густина вуглекислого газу, ρ_1 , ρ_{1k} — густина азоту відповідно у вдихуваному повітрі, у крові легеневи капілярів, P_{AH_2O} — парціальний тиск

водяної пари у вдихуваному повітрі.

Розв'язання цієї системи рівнянь, в якому протікає процес газообміну, зумовлений збурень, обумовлених різними середовищами, а також функціональними елементами системи рівнянь, описуючи результати впливів і можливі шляхи взаємодії між елементами системи, роль у перетворенні сигналу особливого значення набувають: в наочній формі показати окремих елементів і усієї системи зобразити структурну схему і вести її аналіз ще й тому, щоб проконтролювати вірність процесу газообміну в легенях. Нижче наведена структура легенів та деякі результати аналізу.

Розглядувана модель являє собою: а) вимушений рух повітря при цьому кисню, вуглекислого газу (рівняння 1—5); б) дифузійний процес (рівняння 7, 8, 9); в) процес тязі дихального циклу (рівняння 6); г) зміну температури (рівняння 10).

Для складання структурної моделі зображене у вигляді структурного сунок) з урахуванням логічних зв'язків між різними фізичними процесами дихального циклу.

Із структурних блоків 2 альвеоло-капілярну мембрану крізь мембрану за одиницю парціальних тисків) цього газу в крові легеневи капілярів змінювані в часі метаболічні складні особливості крові в капілярі, а також умов перетворення.

Густина газу в легенях і швидкості переходу цих газів крізь мембрану (рівняння 2—4), так і від конвективного процесу (структурний блок 11) вплив на густину газу в легенях.

Вплив на густину газу в легенях середовищем, позначений блоком 12.

Об'ємна швидкість $\dot{V}$ дихальних газів $\rho_i(t)$. Густина одного газу в

зійної поверхні легень, T_0 — температура навколишнього середовища, ρ_{20} , ρ_2 , ρ_{2k} — густина вуглекислого газу відповідно в вдихуваному повітрі, в легенях, у крові легеневи́х капілярів, ρ_{30} , ρ_3 , ρ_{3k} — густина азоту відповідно у вдихуваному повітрі, в легенях, у крові легеневи́х капілярів, $P_{\text{АН}_2\text{O}}$ — парціальний тиск водяної пари в легенях, ρ_{40} — густина

водяної пари у вдихуваному повітрі, β_1 , k_1 — постійні коефіцієнти.

Розв'язання цієї системи рівнянь дозволить кількісно описати режим, в якому протікає процес газообміну в легенях, залежно від діючих на нього збурень, обумовлених змінами в навколишньому і внутрішньому середовищах, а також від управляючих впливів з боку інших функціональних елементів газообміну. Проте, результат розв'язання системи рівнянь, описуючи режим процесу, не вказує на місце прикладання впливів і можливі шляхи поширення сигналів, що здійснюють взаємодію між елементами системи; місце елемента в системі і його роль у перетворенні сигналу [1]. Тому при аналізі складних систем особливого значення набувають їх структурні схеми, призначенням яких є: в наочній формі показати математичну сторону перетворень сигналів окремих елементів і усієї системи в цілому [1]. Нам здається важливим зобразити структурну схему моделі процесу газообміну в легенях і навести її аналіз ще й тому, що вона дозволяє широкому колу фізіологів проконтролювати вірність і повноту математичного опису складного процесу газообміну в легенях, а також оцінити ступінь спрощення моделі. Нижче наведена структурна схема моделі процесу газообміну в легенях та деякі результати аналізу його структури.

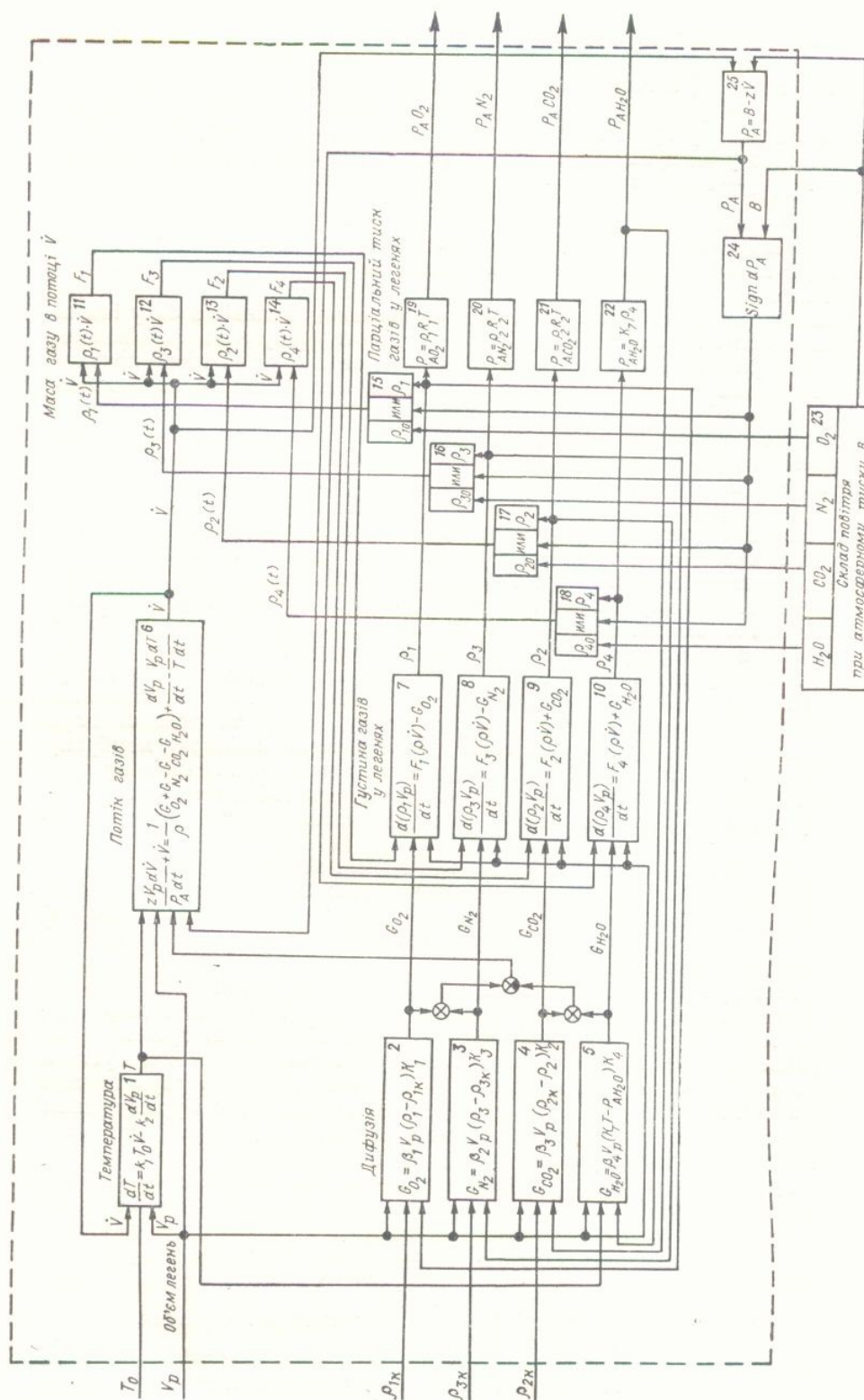
Розглядувана модель являє собою сукупність рівнянь, що описують: а) вимушений рух повітря в дихальних шляхах і конвективний перенос при цьому кисню, вуглекислого газу, азоту та водяної пари (рівняння 1—5); б) дифузії газів крізь альвеоло-капілярну мембрану (рівняння 7, 8, 9); в) процес зміни густини альвеолярних газів на протязі дихального циклу (рівняння 2—5); г) процес зміни температури газів у легенях (рівняння 6); д) процес утворення водяної пари в легенях (рівняння 10).

Для складання структурної схеми моделі кожне з рівнянь системи зображене у вигляді структурного блоку і розміщене на схемі (див. рисунок) з урахуванням логічного причинно-наслідкового зв'язку між тими явищами різної фізичної природи, які проходять у легенях на протязі дихального циклу.

Із структурних блоків 2—4, що моделюють дифузії газів крізь альвеоло-капілярну мембрану, слідує, що маса газу, який дифундує крізь мембрану за одиницю часу, залежить від різниці густини (або парціальних тисків) цього газу по обидві сторони мембрани. Густина газів у крові легеневи́х капілярів ρ_{1k} величина змінна, і характеризує змінювані в часі метаболічні потреби. Вона визначається з урахуванням складних особливостей крові та її компонентів, режиму протікання крові в капілярі, а також умов переходу газу з легень у кров (або навпаки).

Густина газу в легенях ρ_1 (блоки 7—10) залежить як від масової швидкості переходу цих газів крізь альвеоло-капілярну мембрану (блоки 2—4), так і від конвективного масообміну з навколишнім середовищем (структурний блок 11—14). На схемі член рівняння, що ураховує вплив на густину газу в легенях конвективного масообміну з навколишнім середовищем, позначений $F_1(\rho \cdot \dot{V})$. Чисельно він дорівнює добутку

об'ємної швидкості $\dot{V}$ дихального потоку на густину цього газу в потоці $\rho_1(t)$. Густина одного газу в потоці може бути величиною сталою ρ_{10}



Структурна схема математичної моделі процесу газообміну в легенях.

(при вдиху), рівною густині або змінною — ρ_1 (при видиху). Для того, щоб графічно погляді двох взаємно виключаючих рівнянь на густину його в навколишньому середовищі та в легенях — умовні блоки «ІЛ» та «Л» перевищує тиск назовні, тобто $P_A - P_A^0 > 0$, то

кожного з газів — $\rho_{i0} \cdot \dot{V}$. Зг

них шляхах потік повітря тільки тоді, коли існує хоч

кати: 1) механічний $\frac{dV_P}{dt}$

$\frac{dT}{dt}$ — швидкість зміни те

ний» — $G_{O_2} + G_{N_2} - G_{CO_2} - G_{H_2O}$

зів у легенях.

Механічний вплив є кліткою і дихальними мускулами. Як видно з рівняння (1), вартість теплової енергії, що вноситься, також від швидкості зміни температури залежить від температури. Проте цікаво відзначити, що більша температура газів зменшує вплив теплового впливу. Іншого «матеріального» впливу, тим менша об'ємна швидкість дихального потоку падає, тим менше організму необхідних елементів системи газозамінюють об'єм легень.

«Матеріальний» вплив у легенях за рахунок різниці концентрацій газів у крові та в легенях. Основною величиною цього впливу є концентрація вуглекислого газу, оскільки його об'єму їх перебувають в легенях азотом і водяною парою біля 100%. В реальних умовах вказані процеси частіше привага приділяється відокремленню кисню, вуглекислого газу, а також процесів і тим особливостям взаємозв'язку згаданих процесів, які визначають їх інтенсивність.

Якщо з метою аналізу вважати, що як об'єм легень, та

(при вдиху), рівною густині цього газу в навколишньому середовищі, або змінною — ρ_1 (при видиху), залежною від густини газу в легенях. Для того, щоб графічно показати залежність, опис якої виражається у вигляді двох взаємовиключаючих альтернатив (незмінна густина газу рівна густині його в навколишньому середовищі, або ж змінна — залежна від густини газу в легенях), на схемі вказана логічна система управління — умовні блоки «ИЛИ», «Sign dP_A », 15, 16, 17, 18. Якщо тиск у легенях перевищує тиск навколишнього середовища, тобто $B - P_A < 0$, то на густину газів у легенях впливатиме маса газів, видалених з легень. Якщо тиск у легенях менший, ніж тиск навколишнього середовища, тобто $B - P_A > 0$, то в легені за одиницю часу надходитиме маса

кожного з газів — $\rho_{i0} \cdot \dot{V}$. Згідно рівняння 1 (на схемі блок 6), в дихальних шляхах потік повітря з об'ємною швидкістю $\dot{V}$ може виникнути тільки тоді, коли існує хоч би один з трьох впливів, здатних його викликати: 1) механічний $\frac{dV_P}{dt}$ — швидкість зміни об'єму легень; 2) тепловий $\frac{dT}{dt}$ — швидкість зміни температури газів у легенях; 3) «матеріальний» — $G_{O_2} + G_{N_2} - G_{CO_2} - G_{H_2O}$ — швидкість нагромадження маси газів у легенях.

Механічний вплив є результатом роботи, здійснюваної грудною кліткою і дихальними мускулами для зміни об'єму легень. Тепловий вплив, як видно з рівняння 6 (структурний блок 1), залежить від кількості теплової енергії, що вноситься або виноситься дихальним потоком, а також від швидкості зміни об'єму легень. Звичайно величина теплового впливу залежить від температури газів навколишнього середовища. Проте цікаво відзначити, що згідно одержаному опису цього явища, чим більша температура газів навколишнього середовища, тим більша величина теплового впливу. З іншого боку, при сталих значеннях механічного і «матеріального» впливів, чим більша величина теплового впливу, тим менша об'ємна швидкість дихального потоку. Звідси витікає, що з підвищенням температури навколишнього середовища об'ємна швидкість дихального потоку падає і для відновлення її до попередньої величини організму необхідно збільшити об'єм роботи тих функціональних елементів системи газообміну, які зумовлюють механічний вплив — змінюють об'єм легень.

«Матеріальний» вплив є результатом нагромадження маси газів у легенях за рахунок різниці між кількістю газів, що виходять з легень у кров і надходять з крові в легені за один і той же проміжок часу. В основному величина цього впливу залежить від різниці потоків кисню і вуглекислого газу, оскільки азот і водяна пара в легенях при непорушному об'ємі їх перебувають у динамічній рівновазі з розчиненим у крові азотом і водяною парою біля поверхні легеневої тканини [2]. Звичайно, в реальних умовах вказані впливи взаємозв'язані і відокремити їх неможливо. Проте часто при дослідженні газообміну в легенях основна увага приділяється відокремленому аналізу процесів обміну в легенях кисню, вуглекислого газу, азоту і в меншій мірі, результату взаємодії цих процесів і тим особливостям, які він створює. На схемі (див. рисунок) взаємозв'язок згаданих процесів між собою і з тими впливами, які визначають їх інтенсивність, показаний у наочній формі.

Якщо з метою аналізу абстрагуватися від реальних умов і припустити, що як об'єм легень, так і температура газів у них не змінюються,

тобто $\frac{dV_p}{dt} = 0$ і $\frac{dT}{dt} = 0$, тоді згідно рівняння 1 (блок 6), дихальний по-

тік може бути викликаний тільки «матеріальним» впливом — нагромадженням маси газів у легенях за рахунок різниці між потоками кисню і вуглекислого газу крізь альвеоло-капілярну мембрану. Припустимо, що в легені збільшився приплив вуглекислого газу. Тоді, в результаті нагромадження в легенях вуглекислого газу, густина газової суміші (альвеолярного повітря) в них збільшується. Збільшення густини газової суміші в легенях зумовить підвищення тиску в них. Різниця тисків між легенеvim простором і навколишнім середовищем, що виникає при цьому, викличе відтікання з легень газової суміші, в тому числі і кисню. Але зменшення кисню в легенях, а відповідно і в організмі в цілому, в кінцевому підсумку може привести до гальмування метаболічних процесів. При цьому утворення вуглекислого газу сповільниться, приплив його в легені, а відповідно і густина газів у них зменшиться, тиск легеневого простору і навколишнього середовища вирівняються, рух газової суміші по дихальних шляхах припиниться, а між потоками вуглекислого газу та кисню встановиться новий рівноважний стан. Цей рівноважний стан характеризуватиметься новою збільшеною витратою кисню і зменшеним припливом у легені вуглекислого газу при попередній сталій величині легеневого тиску. Уже сам факт існування в процесі газообміну такої внутрішньої за своєю природою структурної організації, яка зумовлює здатність системи відновлювати між потоками газів порушену рівновагу, вказує на притаманну системі важливу для регулювання властивість — властивість самовирівнювання (саморегулювання) [3].

Аналіз явищ, які здійснюються в легенях на протязі дихального циклу, дає можливість зробити висновок, що структурна організація процесу газообміну, яка надає йому властивість самовирівнювання, забезпечується тим, що в цій системі: 1) одночасно протікає ряд протилежно направлених процесів переносу речовини (доставка кисню — видалення вуглекислого газу тощо), 2) ці процеси не тільки протилежно направлені, але і конкурентні, 3) конкурентність процесів проявляється в тому, що швидкість протікання кожного з них залежить від однієї спільної для всіх процесів керованої змінної — від легеневого тиску.

Наявність конкурентних процесів, з яких один збільшує керовану змінну, а інший зменшує її, сприяє виробленню в системі динамічно рухливого, оптимального співвідношення між процесами масопереносу кисню та вуглекислого газу. В цьому закладений організаційний принцип саморегулювання процесу газообміну в легенях. Реалізацію цього принципу в більш або менш «чистому» вигляді можна простежити в еволюційно нижчих істот, наприклад, у комах з трахейним диханням, в яких процес газообміну здійснюється при відносно сталому об'ємі трахейного простору і температурі газів у ньому. Поява у вищих тварин і людини спеціальних органів дихання з еластичними легенями створила умови для активного управління процесом газообміну у відповідності з різко підвищеними метаболічними потребами організму. Оскільки самі по собі легені являються органом, що не має власних джерел сил для зміни тиску газів, що заповнюють легені, стає явною необхідність у спеціальному елементі, здатному змінювати керовану змінну — легене-вий тиск. Опис функціонального елемента системи газообміну, що керує тиском газів у легенях — грудної клітки — частково нами викладено раніше [4].

1. Представлена структура легень. Поряд з причинно-наслідковими, що здійснюються в легенях, чітко відображає передбачувані зв'язки між змінними, які були очевидними.

2. В легенях відповідність середовищем процесам обміну пілярів досягається не тільки але і в силу притаманної системи.

1. Солодовников В. В.— Техн. 60, 303.
2. Хазен И. М.— Краткий справочник.
3. Стефани Е. П.— Основы расчёта процессов, М.—Л., Госэнергоиздат.
4. Колчинская А. З., Мисюра А. Г.— Фізiol. журн. А. 1974, IV Междунар. биофизич. конгр., 1974.
5. Мисюра А. Г.— Фізiol. журн. А. 1974, IV Междунар. биофизич. конгр., 1974.

STRUCTURAL ANALYSIS OF GAS EXCHANGE

Group of Applied Problems, the A. G. Mysyura Science

A block diagram is presented showing the relationship between physical phenomena and mathematical description for the gas exchange process. The diagram is drawn on basic principles of the physiological system for self-regulation of the gas transfer proceeding in the lungs are pulmonary pressure.

Висновки

1. Представлена структурна схема моделі процесу газообміну в легенях. Поряд з причинно-наслідковим зв'язком між фізичними явищами, що здійснюються в легенях у процесі газообміну, така схема графічно відображає передбачуваний механізм процесу; на ній виявляються такі зв'язки між змінними, які при відокремленому аналізі явищ не були очевидними.

2. В легенях відповідність процесу обміну газами з навколишнім середовищем процесам обміну цих газів з газами крові легеневих капілярів досягається не тільки за рахунок дії регуляторних механізмів, але і в силу притаманної системі газообміну властивості самовирівнювання.

Література

1. Солодовников В. В.—Техническая кибернетика, I, Машиностроение, М., 1967, 60, 303.
2. Хазен И. М.—Краткий справочник по космич. биол. и мед., М., «Медицина», 1972.
3. Стефани Е. П.—Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов, М.—Л., Госэнергоиздат, 1960.
4. Колчинская А. З., Мисюра А. Г., Мельников Л. Ю.—В сб.: Тез. докл. IV Междунар. биофизич. конгр., М., 1972, 4.
5. Мисюра А. Г.—Фізіол. журн. АН УРСР, 1973, 6, 813.

Надійшла до редакції
12.IX 1972 р.

STRUCTURAL ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL
OF GAS EXCHANGE PROCESS IN THE LUNGS

A. G. Misyura

Group of Applied Problems, the A. A. Bogomoletz Institutes of Physiology, Academy of Sciences, Ukrainian SSR, Kiev

Summary

A block diagram is presented for the mathematical model of gas exchange in the lungs. The results of structural analysis of the model are dealt with. The causal-resultant relationship between physical phenomena occurring in the lungs during the whole respiratory cycle is revealed and quantitatively characterized. On the basis of analysis of the mathematical description for the gas exchange process in the lungs, a conclusion was drawn on basic principles of the process organization and on the ability peculiar to the system for self-regulation of the process. It is shown that numerous processes of gas mass transfer proceeding in the lungs are controlled by affecting one controllable variable intrapulmonary pressure.